

РЕШЕНИЕ ОДНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
МЕТОДА МАЛОГО ПАРАМЕТРА.

Х.И.МУСАЕВ, М.Д.ДЖАЛАЛОВ, И.Я.АЛИЕВ

Институт Математики и Механики НАН Азербайджана

В этой статье рассматриваем метод расчета, который охватывает оболочки малой и средней длины. Как обычно, для расчета конструкции из железобетона, коэффициент Пуассона берется равным нулю. При решении данной задачи применен своеобразный метод малого параметра. В работе определяется момент в гладких некруговых цилиндрических оболочках, широко применяемых в строительной индустрии в качестве покрытий и перекрытий.

Комплексное уравнение равновесия некруговых железобетонных цилиндрических оболочек в форме В.В.Новожилова в безразмерных координатах

$$\xi = \frac{x}{h}; \quad \eta = \frac{S}{h}; \quad 0 \leq \xi \leq \xi_1; \quad 0 \leq \eta \leq \eta_1$$

и имеет вид

$$\Delta[\rho \Delta(\tilde{T})] + \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{T}}{\partial \eta} \right) + i2b^2 \frac{\partial^2 \tilde{T}}{\partial \xi^2} = \tilde{F}(\xi, \eta). \quad (1)$$

В качестве малого параметра принимаем $\nu = 1 - \rho_1$. Здесь ρ_1 - наибольшее значение безразмерного радиуса кривизны удовлетворяет условию $0 < \rho_1 < \rho$. Безразмерный радиус кривизны $\rho(\eta)$, очевидно, удовлетворяет условию $0 \leq \rho \leq 1$. В зависимости от способа закрепления краев, граничные условия могут быть различными:

а) абсолютно заделанный край $u = 0, v = 0, w = 0, \frac{\partial w}{\partial \xi} = 0$,

б) шарнирный свободной в тангенциальном направлении $u = 0, w = 0, M_2 = 0, T_2 = 0$.

Согласно этим условиям комплексные функции $\tilde{T}_k(\xi, \eta)$ и $\tilde{F}_k(\xi, \eta)$ разложим в одинарные тригонометрические ряды:

$$\tilde{T}_k(\xi, \eta) = \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{T}_{km}(\xi) \sin \lambda_m \eta; \quad \tilde{F}_k(\xi, \eta) = \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{F}_{km}(\xi) \sin \lambda_m \eta. \quad (2)$$

Для решения задачи с удовлетворением краевых условий на поперечных краях оболочки, необходимы все моменты выразить через функцию \tilde{T} .

Рассмотрим теперь выражения изгибающих моментов через основную функцию Новожилова. При этом их будем искать в виде разложения в ряды следующим образом:

$$\tilde{M}_{1k}(\xi, \eta) = \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{M}_{1k,m}(\xi) \sin \lambda_m \eta; \quad \tilde{M}_{2k}(\xi, \eta) = \sum_{m=1}^{\infty} \tilde{M}_{2k,m}(\xi) \sin \lambda_m \eta. \quad (3)$$

Далее, определяем величину моментов $M_{1k,m}(\xi)$ и $M_{2k,m}(\xi)$, действующих в поперечном и продольном сечениях, соответственно, по известным соотношениям:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{M}_{1k,m}(\xi, \eta) &= \frac{\partial^2 \tilde{\omega}_k}{\partial \xi^2} + \mu \frac{\partial^2 \tilde{\omega}_k}{\partial \eta^2}; \\ \tilde{M}_{2k,m}(\xi, \eta) &= \frac{\partial^2 \tilde{\omega}_k}{\partial \eta^2} + \mu \frac{\partial^2 \tilde{\omega}_k}{\partial \xi^2}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Преобразуя, таким образом, выражения и не учитывая мнимую часть, получаем окончательные значения моментов:

$$\left. \begin{aligned} M_{1k}(\xi, \eta) &= \left[\frac{\partial^2 \omega_{km}(\xi)}{\partial \xi^2} - \mu \lambda_m^2 \omega_{km}(\xi) \right] \sin \lambda_m \eta, \\ M_{2k}(\xi, \eta) &= \left[\mu \frac{\partial^2 \omega_{km}(\xi)}{\partial \xi^2} - \lambda_m^2 \omega_{km}(\xi) \right] \sin \lambda_m \eta. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Подставляя значение $\omega_{km}(\xi)$ в (5), получаем следующие выражения для изгибающих моментов:

$$\left. \begin{aligned} M_{1k}(\xi) &= -K_2 \left\{ \sum_{n=1}^4 [a_{kn}(B_{1n}\Phi_n + A_{1n}\Psi_n) + b_{kn}(B_{1n}\Psi_n - A_{1n}\Phi_n) + M_{1k,m}^r(\xi)], \right. \\ M_{2k}(\xi) &= -K_3 \left\{ \sum_{n=1}^4 [a_{kn}(B_{1n}\Phi_n + A_{1n}\Psi_n) + b_{kn}(B_{1n}\Psi_n - A_{1n}\Phi_n) + M_{2k,m}^r(\xi)], \right. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \text{где } K_2 &= (1 - \mu \lambda_m^2) \frac{K}{\lambda_m^2 - 1}; \quad K_3 = -\lambda_m^2 \frac{K}{\lambda_m^2 - 1}; \quad A_{1n} = (\mu - 2b^2 \lambda_m) + \frac{1 + \mu}{\lambda_m} 2c_n d_n + \\ &+ \frac{2b^2}{\lambda_m} (c_n^2 + d_n^2); \quad B_{1n} = \frac{1 + \mu}{\lambda_m} (c_n^2 + d_n^2) - (2b^2 + \mu \lambda_m + \lambda_m) - \frac{4b^2}{\lambda_m} c_n d_n. \end{aligned}$$

С целью наглядности, значения $M_{1k,m}(\xi)$, $M_{2k,m}(\xi)$, при $k=0; (n=1,2,3,4)$ в развернутом виде занесены в таблицу 1.

Таблица 1

	k=0
	n=1,2,3,4
$\frac{1}{K_2} M_{10,m}(\xi)$	$\left[a_{01}(B_{11}\Phi_1 + A_{11}\psi_1) + b_{01}(B_{11}\psi_1 - A_{11}\Phi_1) \right] +$ $+ \left[a_{02}(B_{12}\Phi_2 + A_{12}\psi_2) + b_{02}(B_{12}\psi_2 - A_{12}\Phi_2) \right] +$ $+ \left[a_{03}(B_{13}\Phi_3 + A_{13}\psi_3) + b_{03}(B_{13}\psi_3 - A_{13}\Phi_3) \right] +$ $+ \left[a_{04}(B_{14}\Phi_4 + A_{14}\psi_4) + b_{04}(B_{14}\psi_4 - A_{14}\Phi_4) \right] + M_{10,m}^r(\xi);$
$\frac{1}{K_2} M_{20,m}(\xi)$	$\left[a_{01}(B_{11}\Phi_1 + A_{11}\psi_1) + b_{01}(B_{11}\psi_1 - A_{11}\Phi_1) \right] +$ $+ \left[a_{02}(B_{12}\Phi_2 + A_{12}\psi_2) + b_{02}(B_{12}\psi_2 - A_{12}\Phi_2) \right] +$ $+ \left[a_{03}(B_{13}\Phi_3 + A_{13}\psi_3) + b_{03}(B_{13}\psi_3 - A_{13}\Phi_3) \right] +$ $+ \left[a_{04}(B_{14}\Phi_4 + A_{14}\psi_4) + b_{04}(B_{14}\psi_4 - A_{14}\Phi_4) \right] M_{20,m}^r(\xi).$

Значения A_{kn} и B_{kn} ; при $k=0$; $n=1,2,3,4$, для $\xi=0, \xi=\xi_1$ занесены в таблицу 2.

Таблица 2

k=0, n=1,2,3,4	
A_{kn}	B_{kn}
$A_{01}=-1457,04$	$B_{01}=-499,63$
$A_{02}=-1457,04$	$B_{02}=-499,63$
$A_{03}=56760,03$	$B_{03}=-58424,63$
$A_{04}=56760,03$	$B_{04}=-58424,63$
$A_{11}=-1457,04$	$B_{11}=-499,28$
$A_{12}=-1457,04$	$B_{12}=-499,28$
$A_{13}=56760,03$	$B_{13}=-58424,63$
$A_{14}=56760,03$	$B_{14}=-58424,63$

Для нахождения произвольных постоянных a_{ij} , b_{ij} , условия закрепления поперечных краев при жесткой заделке формулируются следующим образом: при $\xi = 0$ и $\xi = \xi_1$;

$$u = v = \omega = \omega' = 0. \quad (7)$$

Используя уравнения равновесия, получаем уравнения, которые указаны в таблице 3 и с помощью компьютера получаем численные значения постоянных a_{ij} , b_{ij} . В результате построены эпюры для моментов M_1 и M_2 .

Таблица 3

i=0, j=1,2,3,4	
a_{ij}	b_{ij}
$a_{01}=0,048$	$b_{01}=-0,0005$
$a_{02}=0,068$	$b_{02}=-0,0016$
$a_{03}=-0,0003$	$b_{03}=-0,00007$
$a_{04}=-0,0003$	$b_{04}=-0,00027$
$a_{11}=0,042$	$b_{11}=1,0230$
$a_{12}=-0,092$	$b_{12}=-0,0420$
$a_{13}=0,0004$	$b_{13}=-0,00007$
$a_{14}=0,0005$	$b_{14}=0,0190$

Оболочка

Развернутый вид оболочки

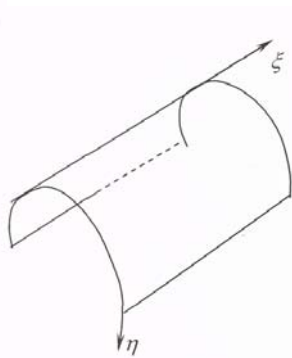
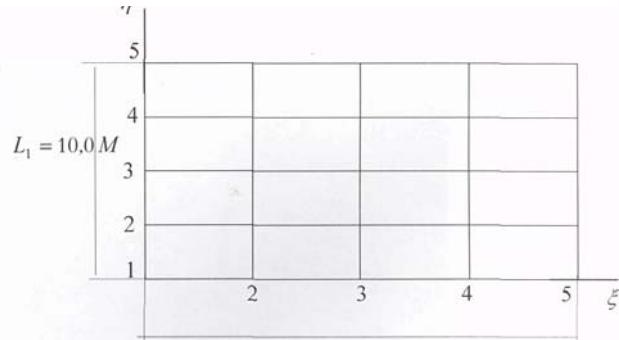


Рис. 1



$L_2 = 20,0 M$

Рис.2

Моменты M_1

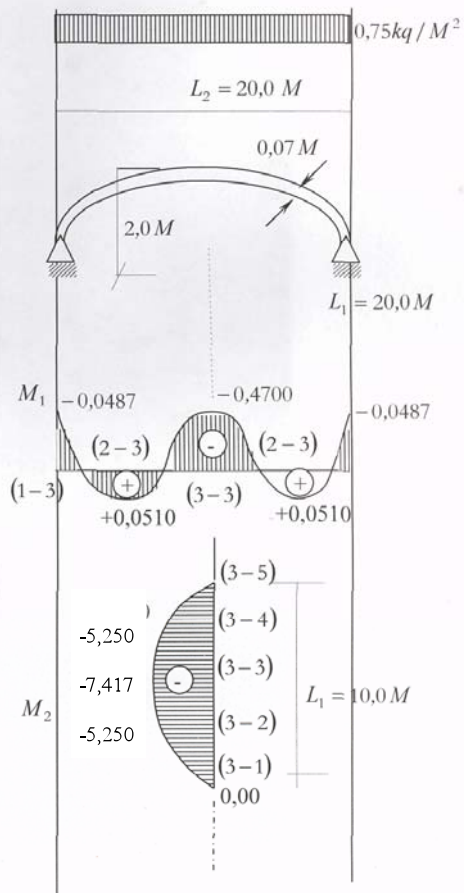
Таблица 4

$\eta = \frac{1}{2}\eta_1$				
$\xi = 0$	$\xi = \frac{1}{4}\xi_1$	$\xi = \frac{1}{2}\xi_1$	$\xi = \frac{3}{4}\xi_1$	$\xi = \xi_1$
-	-	-	-	-
-0,487	+0,510	-0,047	+0,510	-0,048
-	-	-	-	-
-	-	-	-	-

Моменты M_2

Таблица 5

$\xi = \frac{1}{2}\xi_1$				
$\eta = 0$	$\eta = \frac{1}{4}\eta_1$	$\eta = \frac{1}{2}\eta_1$	$\eta = \frac{3}{4}\eta_1$	$\eta = \eta_1$
-	-	0	-	-
-	-	-5,250	-	-
-	-	-7,417	-	-
-	-	-5,250	-	-
-	-	0	-	-



Сплошная снеговая нагрузка
Рис.3

Теперь перейдем в численной реализации примера расчета конструктивной разработки.

Габаритные размеры оболочки в плане приняты:

ширина оболочки $L_1=10,0\text{М}$, длина оболочки $L_2=20,0\text{М}$.

Для примера приняты следующие численные значения расчетных параметров:

поверхностная нагрузка: $q=0,75\text{ т/м}$

толщина оболочки: $\delta=0,07\text{ м}$

длина дуги: $S=11,7\text{ м}$

Коэффициент Пуассона (для железобетона): $\mu=0,1$

Модуль упругости (для железобетона): $E=2,3 \times 10^6\text{ т/м}^2$

Приближенные методы расчета позволяют проектировщику при помощи несложных вычислительных аппаратов решать важные практические задачи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мусаев Х.И. Уравнение равновесия гладких цилиндрических оболочек некругового очертания в форме В.В.Новожилова и его преобразования методом малого параметра. «Механика машиностроение» 2003, №3, с.23-26.
2. Абовский Н.П. Вариационный принцип теории упругости теории оболочки. 1978, 287 с.
3. Мусаев Х.И. Уравнение равновесия напряженно-деформированного состояния цилиндрических оболочек с поперечными ребрами. «МГОУ-XXI-Новые технологии» 2004, №4, с.19-21.
4. Голденвейзер А.Л. О приближенных методах механики упругих оболочек и пластин. Изв. РАН. МТТ.1997, №3, с.134-149.

KIÇIK PARAMETR ÜSULU İLƏ BİR SƏRHƏD MƏSƏLƏSİNİN HƏLLİ

X.İ.MUSAYEV, M.C.CƏLALOV, İ.Y.ƏLİYEV

XÜLASƏ

Məqalədə kiçik və orta ölçülü nazik divarlı dairəvi olmayan silindrik örtüklərin kiçik parametr üsulu ilə həlli verilmişdir. Belə örtüklər istehsalata tətbiq edildikdə iqtisadi nöqtəyi-nəzərdən çox əlverişli olur. Odur ki, layihə institutlarının bu məqalədən istifadə etmələri məsləhət görülür.

SOLUTION OF A BOUNDARY VALUE PROBLEM BY USING A SMALL PARAMETER METHOD

Kh.I.MUSAYEV, M.J.JALALOV, I.Ya.ALIYEV

SUMMARY

In this paper the method of calculation, which include shells of small and median length is considered. As usually, for calculation of reinforced constructions, the coefficient of Poisson is taken zero.

By solving this problem a small parameter method was used. In this work the moment in the smooth non – circular cylindrical shell, which used in constructional industry as coverings are defined.